Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 2

№1

Пусть $x_{кор}$ – одна полная корзинка смородины, тогда скорость поедания Маши и Кирилла (М+К) равна $\frac{x}{10}$ кор/мин, скорость поедания Артура и Кирилла (А+К) равно $\frac{x}{15}$ кор/мин и скорость поедания Маши и Артура (М+А) равно $\frac{x}{18}$ кор/мин. Сложим получившиеся скорости, т.е. $(M+K)+(A+K)+(M+A)=\frac{x^{19}}{10}+\frac{x^{16}}{15}+\frac{x^{5}}{18}$

$$M+K+A+K+M+A=\frac{9x+6x+5x}{90}$$

$$2M+2K+2A=\frac{20x}{90}$$

$$2(M+K+A)=\frac{2x}{9}$$

$\frac{2x}{9_{(кор/мин)}}$ – удвоенная скорость поедания Маши, Кирилла и Артура, тогда $\frac{2x}{9}:2=\frac{x}{9_{(кор/мин)}}$ – скорость поедания Маши, Кирилла и Артура, тогда время, за которое они вместе съедят 2 таких корзинки равно $2x:\frac{x}{9}=2x\cdot\frac{9}{x}=18$ (мин)

Ответ: 18 минут.

Можно использовать оборот листа для записи решений

№2

$(y-1)(4x+8)=3x^2-x-14$

$4xy+8y-4x-8=3x^2-x-14$

$3x^2-x-14-4xy-8y+4x+8=0$

$3x^2+3x-4xy-8y-6=0$

$3x^2+(3-4y)x-8y-6=0$, кв. урав. отн. x

$D=b^2-4ac$

$D=9-24y+16y^2-4\cdot3\cdot(-8y-6)=9-24y+16y^2+12(8y+6)=9-24y+16y^2+$

$+96y+72=16y^2+72y+81=(4y+9)^2$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

$x=\frac{-(3-4y)\pm\sqrt{(4y+9)^2}}{2\cdot3}$

$x=\frac{4y-3\pm|4y+9|}{6}$

$x=\frac{4y-3\pm(4y+9)}{6}$

$\left[\begin{array}{l} x=\frac{4y-3+4y+9}{6} \\ x=\frac{4y-3-4y-9}{6} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=\frac{8y+6}{6} \\ x=\frac{-12}{6} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x=1\frac{1}{3}y+1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

если $x=-2$, то $y\in R$ $(y\in Z)$ и $x\in Z$

если $x=1\frac{1}{3}y+1$, то ~~$y\in Z$~~ $y:3$, $y\in Z$, тогда $x\in Z$

Ответ: если $x=-2$, то $y\in R$ $(y\in Z)$ и $x\in Z$

~~если $x=1\frac{1}{3}y+1$, то $y\in Z$, тогда $x\in Z$~~

если $x=1\frac{1}{3}y+1$, то $y:3$ $(y\in Z)$, а тогда $x\in Z$

№4

$$\left| \frac{x^3+(x-2)^2-(x^2-2)x-12}{\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}-x} \right| = a^2+2$$

Сначала упростим $\frac{x^3+(x-2)^2-(x^2-2)x-12}{\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}-x}$:

$$\frac{x^3+(x-2)^2-(x^2-2)x-12}{\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}-x} = \frac{x^3+x^2-4x+4-x^3+2x-12}{\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-x} = \frac{x^2-2x-8}{4-x} =$$

$$= -\frac{x^2-2x-8}{x-4} = -(x+2)$$

$$\begin{array}{r|l} x^2-2x-8 & x-4 \\ \underline{x^2-4x} & x+2 \\ 2x-8 & \\ \underline{2x-8} & \\ 0 & \end{array}$$

Упростив получили:

$|-(x+2)| = a^2+2$

Когда $x>0$, тогда $x+2>0$, тогда $-(x+2)<0$, тогда $|-(x+2)| = x+2>0$, тогда

$|-(x+2)| = a^2+2$

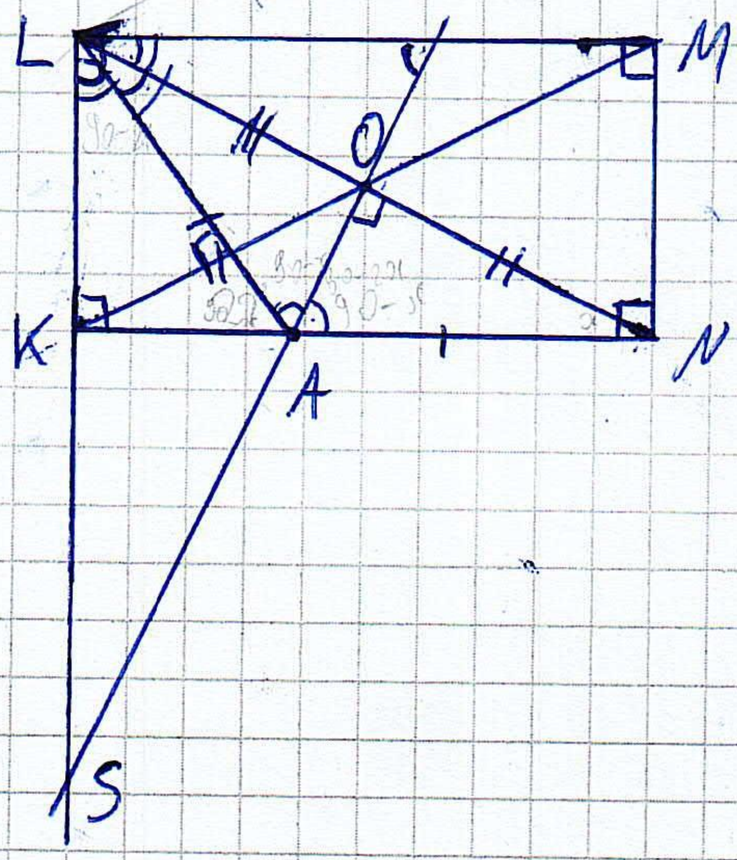
$x+2 = a^2+2$

$x = a^2$

Значит $x>0$, тогда и только тогда, когда $a^2>0$, а $a^2>0$, тогда и только тогда, когда $a>0$

Ответ: при $a>0$, $x>0$.

№ 5



Дано: $KLMN$ – прямоугольник, $KM \cap LN = O$

$A \in KN$

$AL = AN$

$LA \perp KM$

$OA \cap LK = S$

Найти: 1) $\frac{AK}{AN} = ?$

2) $SL : LA$

Решение

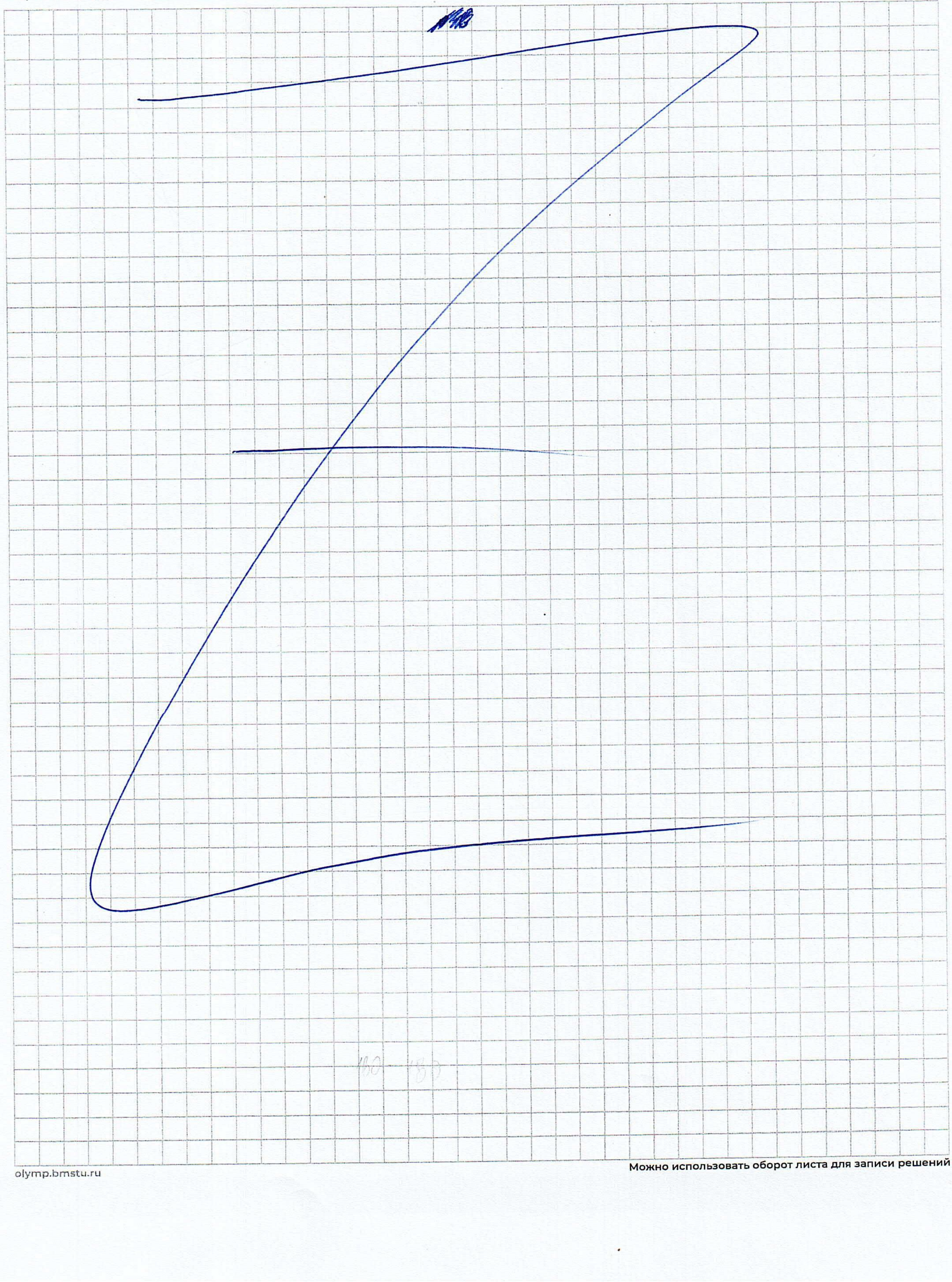
① $KLMN$ – прямоугольник (по усл.), [illegible] и $KM \cap LN = O$, то $LO = ON$ (по свойству диагоналей прямоугольника)

② $\triangle ALN$ – равнобед. (по опред.), т.к. $AL = AN$ (по усл.), AO – медиана в $\triangle ALN$, проведённая к основанию, то AO – высота и биссектриса (по признаку), отсюда $AO \perp LN$ и $\angle OAL = \angle OAN$



Вариант задания _____

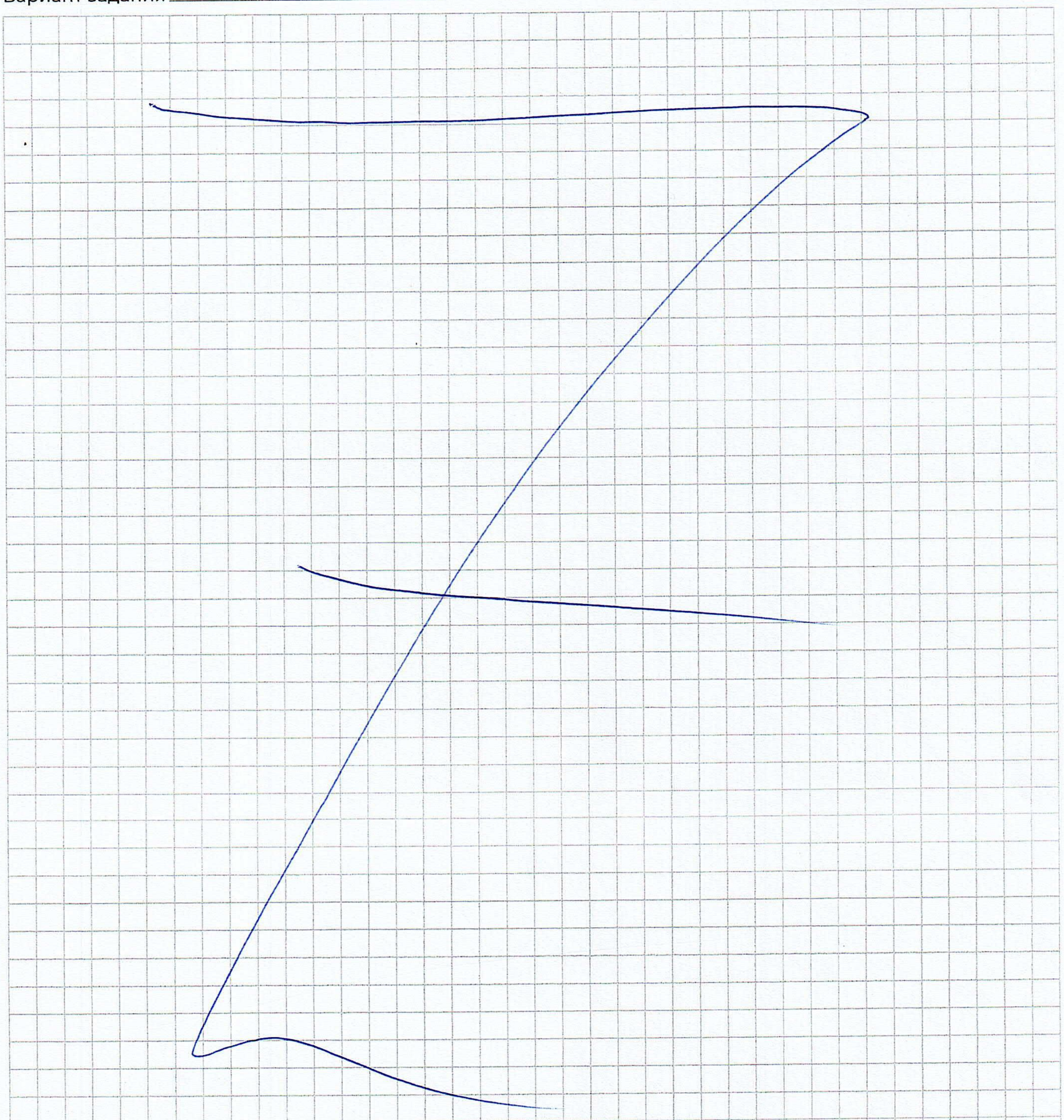
Лист работы ____ из ____



Можно использовать оборот листа для записи решений

Вариант задания _____

Лист работы ____ из ____



Можно использовать оборот листа для записи решений

